DAY 0

근의 분리

01 근의 위치는, 그래프 개형 추론

- 이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 실근은,

  x축과 이차함수 $y=ax^2+bx+c$의 교점의 x좌표

와 같습니다. 이를 '이차방정식과 이차함수의 관계'라 하는데, 특히 이 중단원에서 이차방정식의 근의 상대적 위치를 묻는 유형을

이차방정식의 근의 분리

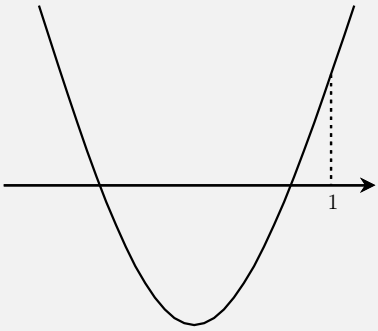
라 합니다. 근의 분리 유형의 문항을 풀 때는, 모두 그래프로 해석하여 푸는 게 모범풀이! 예를 들어,

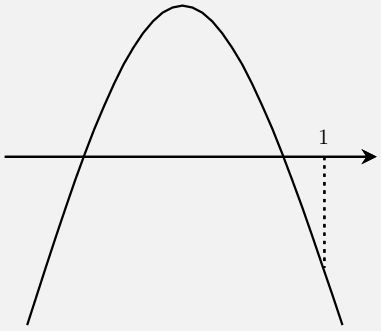
이차방정식 $ax^2+bx+c=0$의 실근이 모두 1보다 작다.

를 만족하는 상황은

이차함수 $y=ax^2+bx+c$과 x축과의 교점의 x좌표가 모두 1보다 작아.

와 완전히 같으므로, 그래프의 개형은 아래와 같이 그려집니다.





이때, 모든 이차방정식은 양변을 적당히 나누어 계수를 모두 양수로 만들 수 있으므로,
우리는 앞으로 '실근의 상대적 위치'를 묻는 문항이 나오면 조건을 만족시키는

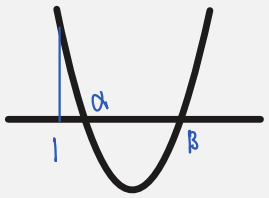
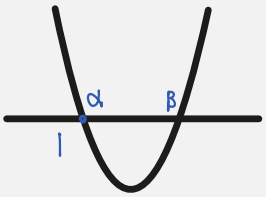
'최고차항의 계수가 양수인 이차함수의 그래프'

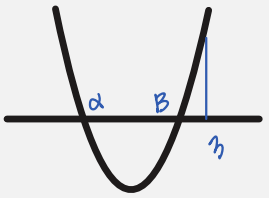
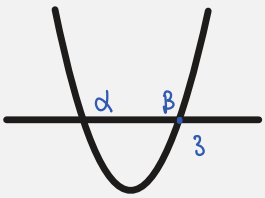
를 찾는 문제로 바꾸어 풀겠습니다.

02 함 | 축 | 판 조사하기 Lv.1

▪ 우리가 원하는 그래프 개형이 나오기 위해 점검해야 하는 것은 총 세 가지입니다.

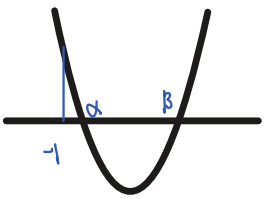
① 함숫값 ② 축 ③ 판별식

	서로 다른 두 근이 모두 1보다 크다	서로 다른 두 근이 모두 1보다 크거나 같다
개형 $(a>0)$		
함	$f(1)>0$	$f(1)\geq 0$
축	$x>1$	$x>1$
판	$D>0$	$D>0$

	서로 다른 두 근이 모두 3보다 작다	서로 다른 두 근이 모두 3보다 작거나 같다
개형 $(a>0)$		
함	$f(3)>0$	$f(3)\geq 0$
축	$x<3$	$x<3$
판	$D>0$	$D>0$

예제 001 이차방정식 $x^2+2ax+a+2=0$의 서로 다른 두 근이 모두 -1보다 크도록 하는 a의 값의 범위를 구하시오,

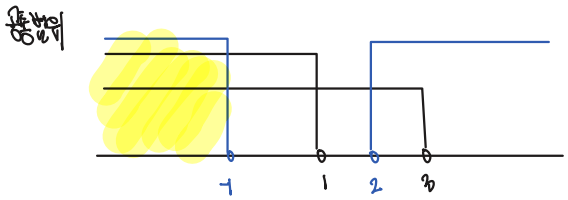
note



합 $f(-1)>0$: $1-a+2>0 \Rightarrow a<3$

곱 $-a>-1$: $a<1$

판 $D>0$: $a^2-a-2=(a-2)(a+1)>0 \Rightarrow a>2$ 또는 $a<-1$

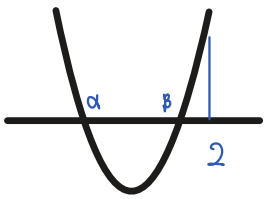


$\therefore a<-1$

예제 002 이차방정식 $3x^2+2ax-a=0$의 서로 다른 두 근이 모두 2보다 작도록 하는 a의 값의 범위를 구하시오.

고2 함수 $f(x)=x^3+ax^2-ax$가 $x<2$에서 극댓값과 극솟값을 모두 가지도록 하는 실수 a의 값의 범위를 구하시오.

note



합 $f(2)>0$

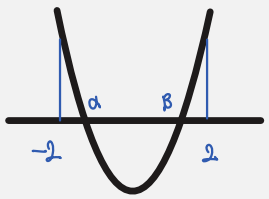
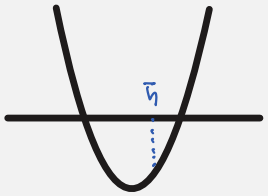
곱 $-\frac{a}{3}<2$

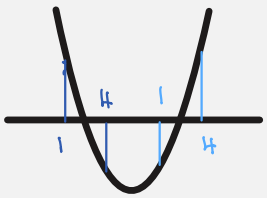
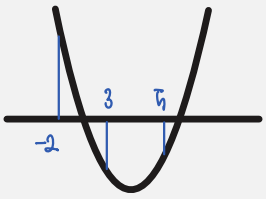
판 $a^2+3a>0$

연립부등식 해 구하기

연립연산으로 생각합니다 ㅎ

03 함 | 축 | 판 조사하기 Lv.2

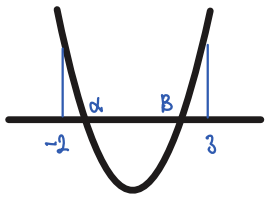
	서로 다른 두 근이 -2보다 크고 2보다 작다	두 근 사이에 5가 있다
개형 $(a>0)$		
함	$f(-2)>0$, $f(2)>0$	$f(5)<0$
축	$-2<$ 축 <2	실근 ⇒ 조건 X
판	$D>0$	$D>0$로 확정 ⇒ 조건 X

	두 근 중 한 근만이 1보다 크고 4보다 작다	두 근 중 한 근은 -2보다 크고 3보다 작으며, 나머지 한 근은 5보다 크다
개형 $(a>0)$		
함	$f(1)\times f(4)<0$	$f(-2)\times f(3)<0$, $f(5)<0$
축	실근 ⇒ 조건 X	실근 ⇒ 조건 X
판	$D>0$로 확정 ⇒ 조건 X	$D>0$로 확정 ⇒ 조건 X

예제 003 이차방정식 $3x^2-6x+a=0$의 서로 다른 두 근이 모두 -2보다 크고 3보다 작도록 하는 정수 a의 개수를 구하시오.

고2 함수 $f(x)=x^3-3x^2+ax$가 구간 $(-2,3)$에서 극댓값과 극솟값을 모두 갖도록 하는 정수 a의 개수를 구하시오.

note



함 $f(-2)>0$, $f(3)>0$

축 $-2<1<3$ ⇒ 무조건 성립

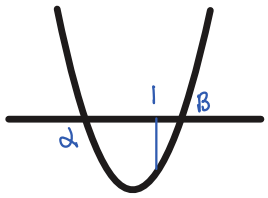
판 $9-3a>0$

연립부등식 해 구하기

공통범위로 정하다 보니 ?

예제 004 이차방정식 $x^2-k^2x+k+1=0$의 서로 다른 두 근 사이에 1이 있도록 하는 k의 값의 범위를 구하시오.

note



함 $f(1)<0$

축 상관없음 ⇒ 조건 X

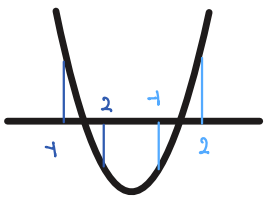
판 $D>0$로 확정 ⇒ 조건 X

연립부등식 해 구하기

공통범위로 정하다 보니 ?

예제 005 이차방정식 $3x^2+2ax-a=0$의 두 근 중 한 근만이 -1보다 크고 2보다 작도록 하는 실수 a의 값의 범위를 구하시오.

note



함 $f(-1)\times f(2)<0$

축 상관없음 ⇒ 조건 X

판 $D>0$로 확정 ⇒ 조건 X

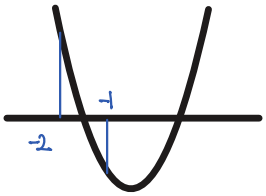
연립부등식 해 구하기

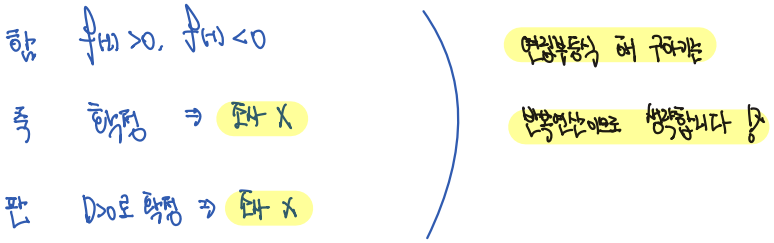
공통범위로 정하다 보니 ?

예제 006 이차방정식 $3x^2+2ax+a=0$의 두 근 중 한 근은 -2보다 크고 -1보다 작으며, 나머지 한 근은 -1보다 크도록 하는 실수 a의 값의 범위를 구하시오.

고2 함수 $f(x)=x^3+ax^2+ax+3$이 $-2<x<-1$에서 극댓값을 갖고, $x>-1$에서 극솟값을 갖기 위한 실수 a의 값의 범위를 구하시오.

note





오늘의 노래 추천 ♬



세진 – 소년은 커다란 모험 앞에 서 있다 (Remaster)

오늘의 키워드 테스트

Q.