개념완성 마라톤

공통수학 2

정진우 지음

RUN

Contents

I. 도형의 방정식
I-1. 평면좌표
I-2. 직선의 방정식
I-3. 원의 방정식
I-4. 도형의 이동

II. 집합과 명제
II-1. 집합의 뜻과 표현
II-2. 집합의 연산
II-3. 명제

III. 함수
III-1. 함수
III-2. 유리함수
III-3. 무리함수

[개념완성 마라톤] 공통수학 2

DAY 0

	월	화	수	목	금	토 | 일
WEEK 1	1단원 **평면좌표** (1)	1단원 **평면좌표** (2)	1단원 **직선의 방정식** (1)	1단원 **직선의 방정식** (2)	1단원 **직선의 방정식** (3)	1주차 복습과제
WEEK 2	1단원 **원의 방정식** (1)	1단원 **원의 방정식** (2)	1단원 **원의 방정식** (3)	1단원 **도형의 이동** (1)	1단원 **도형의 이동** (2)	2주차 복습과제
WEEK 3	2단원 **집합의 뜻과 표현** (1)	2단원 **집합의 뜻과 표현** (2)	2단원 **집합의 연산** (1)	2단원 **집합의 연산** (2)	2단원 **집합의 연산** (3)	3주차 복습과제
WEEK 4	2단원 **명제** (1)	2단원 **명제** (2)	2단원 **명제** (3)	2단원 **명제** (4)	2단원 **명제** (5)	4주차 복습과제
WEEK 5	2단원 **명제** (6)	3단원 **함수** (1)	3단원 **함수** (2)	3단원 **함수** (3)	3단원 **함수** (4)	5주차 복습과제
WEEK 6	3단원 **유리식과 무리식** (1)	3단원 **유리함수** (1)	3단원 **유리함수** (2)	3단원 **무리함수** (1)	3단원 **무리함수** (2)	6주차 복습과제

여러분들이 1학년 2학기에 만나게 될 '공통수학2'의 1단원명은

'도형의 방정식'

입니다. 여러분들이 중학교 매 학년 '2학기' 때마다 열심히 배운 도형을 이제 좌표평면에 옮겨놓고 여러 공식을 배워가며 계산하게 됩니다. 때문에, 다시 나오는 내용들은 복습하는 것이 매우 중요!

이 [체험 마라톤]에 다시 등장하는 **중학 도형의 성질을 복습**하며 **공통수학2를 예습**해 볼 수 있도록 정리했습니다.

기억을 되살려 봅시다!

DAY

0 중학 도형 복습

01 피타고라스의 정리

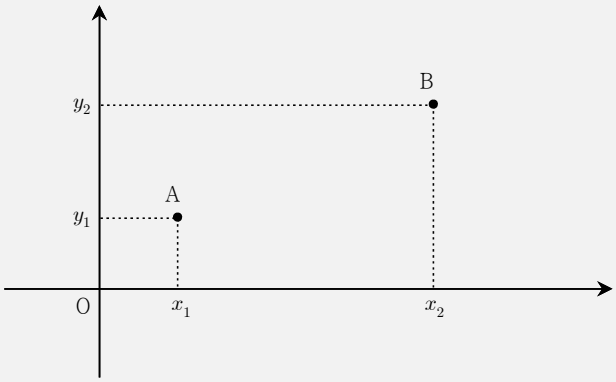
복습 세 변의 길이가 각각 a, b, c인 직각삼각형의 빗변의 길이가 c일때, 다음이 성립합니다.

$$a^2+b^2=c^2$$

예습 위의 피타고라스 정리는 공통수학2의 첫 중단원인 '평면좌표'를 학습할 때

'두 점 사이의 거리'

를 구하는데 사용됩니다.



위의 그림처럼, 두 점 사이의 거리는

$$\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

이며, 이를 **점과 점 사이의 거리 공식**이라 합니다.

예제 001 두 점 $\mathrm{A}(1,-2)$, $\mathrm{B}(-2,a)$ 사이의 거리가 $2\sqrt{3}$이 되도록 하는 모든 a의 값의 합을 구하시오.

note

02 내분점의 좌표 '빠르게' 구하기

복습 수직선 위의 두 점 $\mathrm{A}(x_1)$, $\mathrm{B}(x_2)$를 이은 선분 AB의 $m:n$ **내분점 P의 좌표**는

$$\mathrm{P}\left(\frac{mx_2+nx_1}{m+n}\right)$$

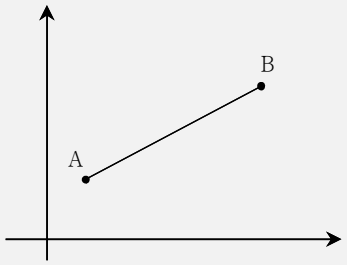
공식을 암기하는 것이 기본이 되어야 하지만, 아래 순서로 구하는 것이 더 편합니다.

① 선분을 _____등분 한다.

② 점 A로부터 m칸 이동한 점이 P

연습 수직선 위의 두 점 $\mathrm{A}(1)$, $\mathrm{B}(5)$를 이은 선분 AB의 $3:1$ 내분점 P의 좌표를 구해봅시다.

예습 위의 수직선에서의 내분점 공식에서 확장해, 공통수학2에서는 좌표평면 위의 내분점을 구해야 합니다.



좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{A}(x_1,\ y_1)$, $\mathrm{B}(x_2,\ y_2)$를 이은 선분 AB의 $m:n$ **내분점 P의 좌표**는

$$\mathrm{P}\left(\frac{mx_2+nx_1}{m+n},\ \frac{my_2+ny_1}{m+n}\right)$$

입니다.

예제 002 좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{A}(-2,1)$, $\mathrm{B}(1,7)$를 이은 선분 AB를 $1:2$로 내분하는 점이 $\mathrm{P}(a,b)$일 때, $a+b$의 값을 구하시오.

note

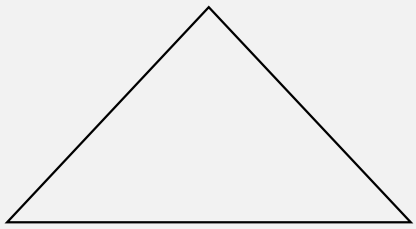
03 무게중심의 성질 (여러 가지 중 하나)

복습 삼각형의 무게중심을 G라 합시다.

세 변을 각각 $m:n$으로 내분한 점을 연결해 만든 삼각형의 무게중심을 G'라 하면

$$G=G'$$

입니다.



예습 세 점 $\mathrm{A}(x_1,\ y_1)$, $\mathrm{B}(x_2,\ y_2)$, $\mathrm{C}(x_3,\ y_3)$을 꼭짓점으로 하는 **삼각형** ABC**의 무게중심** G**의 좌표**는

$$\mathrm{G}\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3},\ \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$$

입니다.

근데! 무게중심의 좌표를 계산하기는 너무 쉬우므로, 위와 같은 무게중심의 성질을 활용한 문항들이 빈출 됩니다.

예제 003 세 점 $\mathrm{A}(-1,2)$, $\mathrm{B}(3,1)$, $\mathrm{C}(4,3)$에 대하여 삼각형 ABC의 세 변 AB, BC, CA를 $3:1$로 내분하는 점을 각각 P, Q, R라 하자. 삼각형 PQR의 무게중심의 좌표 $\mathrm{G}(a,b)$에 대하여 $a+b$의 값을 구하시오.

note

04 평행사변형과 마름모의 성질

복습 ① 사각형 ABCD가 평행사변형일 때, 두 대각선의 중점이 일치합니다.

② 사각형 ABCD가 마름모일 때, 두 대각선의 중점이 일치하며 수직으로 만납니다.

예습 공통수학2에서는 사각형이 좌표평면에 놓여 있는 상황을 많이 만납니다. 예를 들면, 세 개의 점을 알려준 뒤

나머지 한점을 어디에 놓아야 평행사변형(또는 마름모)이 될까?

와 같은 문제를 자주 만날 거예요.

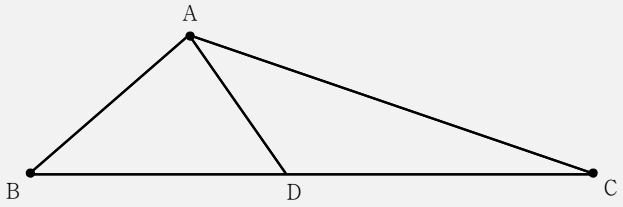
예제 004 네 점 $A(2,0)$, $B(a,-2)$, $C(5,2)$, $D(1,4)$를 꼭짓점으로 하는 사각형 ABCD가 평행사변형일때, a의 값을 구하시오.

note

05 내각의 이등분선

복습 삼각형 ABC에서 각 A의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 D라 하면, 다음이 성립합니다.

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$ ➡ _____



예습 점 D가 선분 BC의 _____이므로, 공통수학2에서는 각의 이등분선의 성질을 활용해 점 D의 좌표를 구해야 하는 문항이 출제됩니다.

예제 005 좌표평면 위의 세 점 $A(1,4)$, $B(-5,-4)$, $C(4,0)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC에서 $\angle A$의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 $D(a,b)$라 할 때, $-12ab$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

① 9 ② 12 ③ 16 ④ 18 ⑤ 24

note

오늘의 노래 추천 ♬



세진 – 소년은 커다란 모험 앞에 서 있다 (Remaster)

Q.

오늘의 키워드 테스트

DAY 0
숙제 문항

＊12시 전까지 제출해 주세요!

오늘의 키워드 테스트 정답을 적어주세요!

1

두 점 $A(2,\ 1)$, $B(a,\ 0)$ 사이의 거리가 $\sqrt{10}$이 되도록 하는 모든 실수 a의 값의 합은?

① -1 ② 0 ③ 2
④ 4 ⑤ 5

2

다음 두 점 $A(5,\ 2)$, $B(3,\ -6)$을 $5:3$으로 내분하는 점의 좌표를 구하시오.

3

세 점 $A(1,\ 2)$, $B(5,\ 5)$, $C(-3,\ 2)$를 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC에서 세 변 AB, BC, CA를 각각 $7:5$로 내분하는 점을 차례로 P, Q, R라고 하자. 삼각형 PQR의 무게중심의 좌표를 $G(a,\ b)$라 할 때, $a+b$의 값을 구하시오.

4

네 점 $\mathrm{A}(6,\ 2)$, $\mathrm{B}(a,\ 4)$, $\mathrm{C}(3,\ b)$, $\mathrm{D}(5,\ 6)$를 꼭짓점으로 하는 사각형 ABCD가 평행사변형일 때, 실수 a, b에 대하여 $a+b$의 값은?

① 8 ② 9 ③ 10
④ 11 ⑤ 12

5

세 점 $\mathrm{A}(-4,1)$, $\mathrm{B}(4,5)$, $\mathrm{C}(0,7)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC에서 $\angle \mathrm{B}$의 이등분선과 변 AC가 만나는 점 D의 좌표를 $\mathrm{D}(a,b)$라 할 때, $a+b$의 값은?

① $\frac{7}{3}$ ② $\frac{8}{3}$ ③ 3
④ $\frac{10}{3}$ ⑤ $\frac{11}{3}$

빠른 정답

1	④	2	해설 참조	3	①	4	⑤
5	⑤						

1 해설

점과 점 사이의 거리 공식에 의하여

$$\sqrt{(a-2)^2+(0-1)^2}=\sqrt{10}$$

이므로 양변을 제곱하면

$$(a-2)^2+1=10$$

입니다. 즉, $(a-2)^2=9$이므로 $a-2=3$ 또는 $a-2=-3$

따라서 $a=5$ 또는 $a=-1$이므로 모든 실수 a 값의 합은 $5+(-1)=4$입니다. ■

2 해설

내분점 공식에 의하여

$$\left(\frac{15+15}{5+3},\ \frac{-30+6}{5+3}\right)=\left(\frac{15}{4},\ -3\right)$$ ■

3 해설

삼각형 PQR의 무게중심은 삼각형 ABC의 무게중심과 같다.
공식에 의하여

$$\left(\frac{2+9+(-5)}{3},\ \frac{0+3+6}{3}\right)=(2,\ 3)$$

이므로 G의 좌표는 $G(2, 3)$입니다.

따라서 $a+b=2+3=5$입니다. ■

4 해설

사각형 ABCD가 평행사변형이므로, 선분 AC의 중점과 선분 BD의 중점이 같습니다.

따라서

$$\frac{6+3}{2}=\frac{a+5}{2},\ \frac{2+b}{2}=\frac{4+6}{2}$$

을 만족하므로 $a=4$, $b=8$입니다.

따라서 $a+b=12$입니다. ■

5 해설

점 과 점 사이의 거리 공식에 의하여

$$\overline{BA}=\sqrt{(4+4)^2+(5-1)^2}=4\sqrt{5}$$
$$\overline{BC}=\sqrt{(4-0)^2+(5-7)^2}=2\sqrt{5}$$

이고, 삼각형의 내각의 이등분선의 성질에 의해

$$\overline{BC}:\overline{BA}=\overline{CD}:\overline{DA}=1:2$$

입니다. 즉 점 D는 $\overline{CA}$를 $1:2$로 내분하는 점이므로

$$\left(\frac{1\times(-4)+2\times0}{1+2},\ \frac{1\times1+2\times7}{1+2}\right)=\left(-\frac{4}{3},\ 5\right)$$

입니다. 즉, 점 D의 좌표는 $D\left(-\frac{4}{3},\ 5\right)$이므로

$a+b=-\frac{4}{3}+5=\frac{11}{3}$입니다. ■