DAY 0

중학 도형 복습

01 피타고라스의 정리

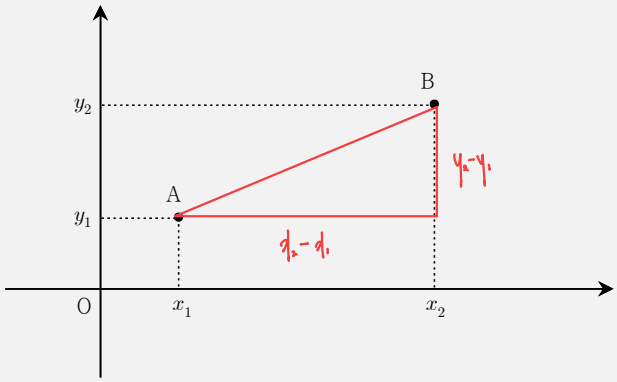
복습 세 변의 길이가 각각 a, b, c인 직각삼각형의 빗변의 길이가 c일때, 다음이 성립합니다.

$$a^2+b^2=c^2$$

예습 위의 피타고라스 정리는 공통수학2의 첫 중단원인 '평면좌표'를 학습할 때

'두 점 사이의 거리'

를 구하는데 사용됩니다.



위의 그림처럼, 두 점 사이의 거리는

$$\overline{\mathrm{AB}}=\sqrt{(x_2-x_1)^2+(y_2-y_1)^2}$$

이며, 이를 **점과 점 사이의 거리 공식**이라 합니다.

예제 001 두 점 $\mathrm{A}(1,-2)$, $\mathrm{B}(-2,a)$ 사이의 거리가 $2\sqrt{3}$이 되도록 하는 모든 a의 값의 합을 구하시오.

note

양변제곱

$\sqrt{3^2+(a+2)^2}=2\sqrt{3}$

$9+a^2+4a+4=12$

$\Rightarrow a^2+4a+1=0$ $\therefore$ 모든 a의 값의 합 $=-4$ ($\because$ 근과계수)

02 내분점의 좌표 '빠르게' 구하기

복습 수직선 위의 두 점 $\mathrm{A}(x_1)$, $\mathrm{B}(x_2)$를 이은 선분 AB의 $m:n$ **내분점 P의 좌표**는

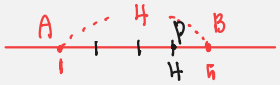
$$\mathrm{P}\left(\frac{mx_2+nx_1}{m+n}\right)$$

공식을 암기하는 것이 기본이 되어야 하지만, 아래 순서로 구하는 것이 더 편합니다.

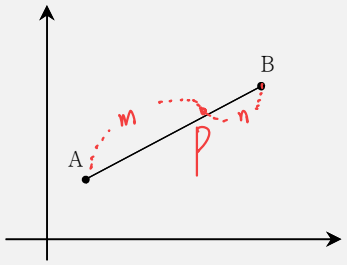
① 선분을 $m+n$ 등분 한다.

② 점 A로부터 m칸 이동한 점이 P

연습 수직선 위의 두 점 $\mathrm{A}(1)$, $\mathrm{B}(5)$를 이은 선분 AB의 $3:1$ 내분점 P의 좌표를 구해봅시다.



예습 위의 수직선에서의 내분점 공식에서 확장해, 공통수학2에서는 좌표평면 위의 내분점을 구해야 합니다.



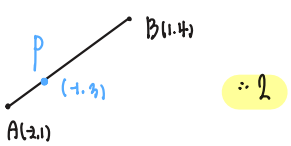
좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{A}(x_1,\ y_1)$, $\mathrm{B}(x_2,\ y_2)$를 이은 선분 AB의 $m:n$ **내분점 P의 좌표**는

$$\mathrm{P}\left(\frac{mx_2+nx_1}{m+n},\ \frac{my_2+ny_1}{m+n}\right)$$

입니다.

예제 002 좌표평면 위의 두 점 $\mathrm{A}(-2,1)$, $\mathrm{B}(1,7)$를 이은 선분 AB를 $1:2$로 내분하는 점이 $\mathrm{P}(a,b)$일 때, $a+b$의 값을 구하시오.

note



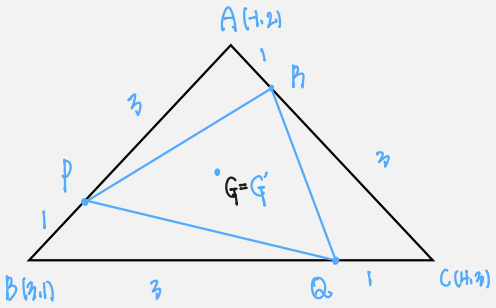
03 무게중심의 성질 (여러 가지 중 하나)

복습 삼각형의 무게중심을 G라 합시다.

세 변을 각각 $m:n$으로 내분한 점을 연결해 만든 삼각형의 무게중심을 G'라 하면

$$G=G'$$

입니다.



예습 세 점 $\mathrm{A}(x_1,\ y_1)$, $\mathrm{B}(x_2,\ y_2)$, $\mathrm{C}(x_3,\ y_3)$을 꼭짓점으로 하는 **삼각형** ABC**의 무게중심** G**의 좌표**는

$$\mathrm{G}\left(\frac{x_1+x_2+x_3}{3},\ \frac{y_1+y_2+y_3}{3}\right)$$

입니다.

근데! 무게중심의 좌표를 계산하기는 너무 쉬우므로, 위와 같은 무게중심의 성질을 활용한 문항들이 빈출 됩니다.

예제 003 세 점 $\mathrm{A}(-1,2)$, $\mathrm{B}(3,1)$, $\mathrm{C}(4,3)$에 대하여 삼각형 ABC의 세 변 AB, BC, CA를 $3:1$로 내분하는 점을 각각 P, Q, R라 하자. 삼각형 PQR의 무게중심의 좌표 $\mathrm{G}(a,b)$에 대하여 $a+b$의 값을 구하시오.

note

$G\left(\frac{1+3+4}{3},\ \frac{2+1+3}{3}\right)=(2,2)$ $\therefore 4$

04 평행사변형과 마름모의 성질

복습 ① 사각형 ABCD가 평행사변형일 때, 두 대각선의 중점이 일치합니다.

② 사각형 ABCD가 마름모일 때, 두 대각선의 중점이 일치하며 수직으로 만납니다.

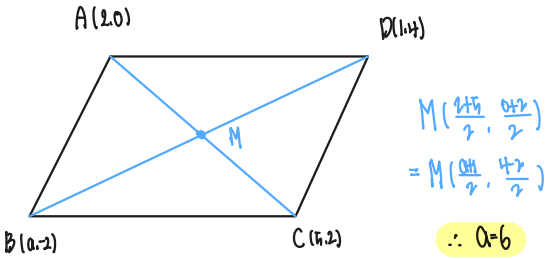
예습 공통수학2에서는 사각형이 좌표평면에 놓여 있는 상황을 많이 만납니다. 예를 들면, 세 개의 점을 알려준 뒤

나머지 한점을 어디에 놓아야 평행사변형(또는 마름모)이 될까?

와 같은 문제를 자주 만날 거예요.

예제 004 네 점 $A(2,0)$, $B(a,-2)$, $C(5,2)$, $D(1,4)$를 꼭짓점으로 하는 사각형 ABCD가 평행사변형일때, a의 값을 구하시오.

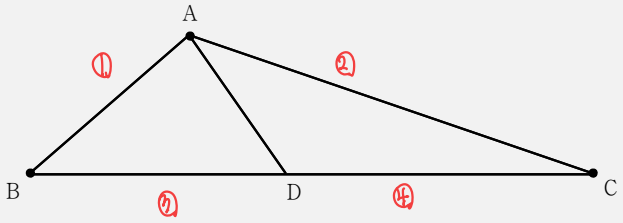
note



05 내각의 이등분선

복습 삼각형 ABC에서 각 A의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 D라 하면, 다음이 성립합니다.

$\overline{AB} : \overline{AC} = \overline{BD} : \overline{DC}$ ➡ ①:② = ③:④



예습 점 D가 선분 BC의 내분점 이므로, 공통수학2에서는 각의 이등분선의 성질을 활용해 점 D의 좌표를 구해야 하는 문항이 출제됩니다.

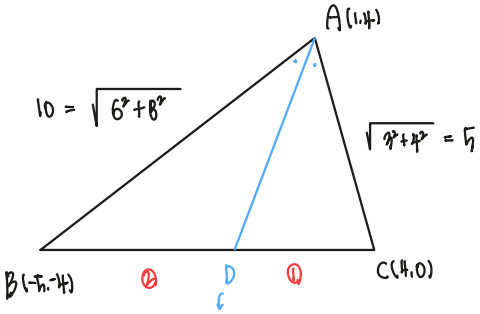
예제 005 좌표평면 위의 세 점 $A(1,4)$, $B(-5,-4)$, $C(4,0)$을 꼭짓점으로 하는 삼각형 ABC에서 $\angle A$의 이등분선이 변 BC와 만나는 점을 $D(a,b)$라 할 때, $-12ab$의 값은? (단, a, b는 상수이다.)

길이 9 → 한변 5

길이 4 → 한변 $\frac{4}{3}$

① 9 ② 12 ③ 16 ④ 18 ⑤ 24

note



2:1 내분 ⇒ 3등분

$\therefore D\left(-5+2\times3,\ -4+2\times\frac{4}{3}\right)$

$\Rightarrow D\left(1,-\frac{4}{3}\right)$

$-12ab = +16$